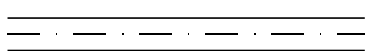


# Der Einfluss von Wandrauheiten in Mikroströmungen

H. Herwig D. Gloss

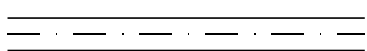
Institut für Thermofluidynamik  
Technische Universität Hamburg-Harburg

- Dimensionsbehaftet:



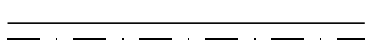
$n_{\max} = 10 \dots 100 \mu\text{m}$   
 $u_{\max} = 0,01 \dots 1 \text{ m/s}$

- Dimensionsbehaftet:



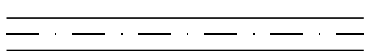
$n_{\max} = 10 \dots 100 \mu\text{m}$   
 $u_{\max} = 0,01 \dots 1 \text{ m/s}$

- Dimensionslos:

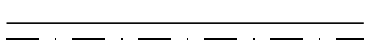


$n_{\max}^* = 1$   
 $\text{Re} = O(1)$

- Dimensionsbehaftet:


$$n_{\max} = 10 \dots 100 \mu\text{m}$$
$$u_{\max} = 0,01 \dots 1 \text{ m/s}$$

- Dimensionslos:

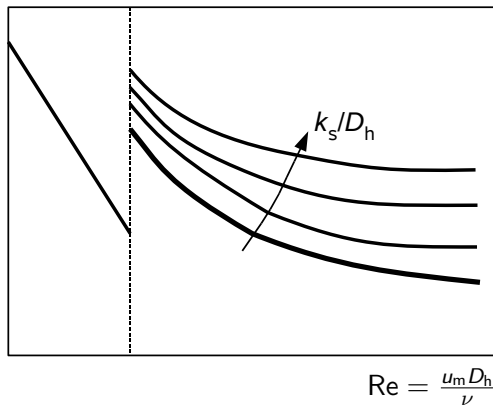

$$n_{\max}^* = 1$$
$$\text{Re} = O(1)$$



laminar

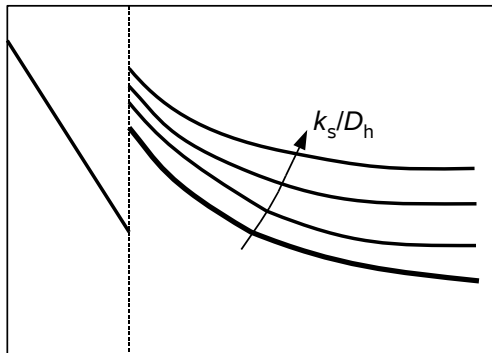
# Einfluss von Wandrauheiten (Moody-Diagramm)

$$\lambda_R = \frac{(-dp/dx)2D_h}{\rho u_m^2}$$



# Einfluss von Wandrauheiten (Moody-Diagramm)

$$\lambda_R = \frac{(-dp/dx)2D_h}{\rho u_m^2}$$



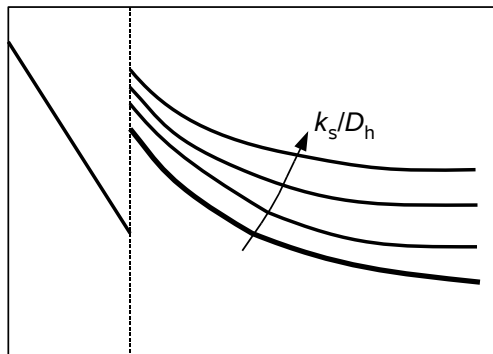
$$Re = \frac{u_m D_h}{\nu}$$

Lehrbuch-Aussage:

Für laminare Strömungen ist der Druckverlust unabhängig von der Rauheitshöhe  $k_s/D_h$ .

# Einfluss von Wandrauheiten (Moody-Diagramm)

$$\lambda_R = \frac{(-dp/dx)2D_h}{\rho u_m^2}$$



$$Re = \frac{u_m D_h}{\nu}$$

Lehrbuch-Aussage:

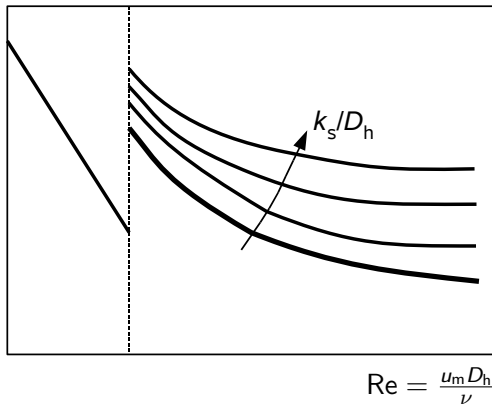
Für laminare Strömungen ist der

Druckverlust unabhängig von der Rauheitshöhe  $k_s/D_h$ .

unpräzise

# Einfluss von Wandrauheiten (Moody-Diagramm)

$$\lambda_R = \frac{(-dp/dx)2D_h}{\rho u_m^2}$$



Lehrbuch-Aussage:

Für laminare Strömungen ist der Druckverlust unabhängig von der Rauheitshöhe  $k_s/D_h$ .

unpräzise

falsch



Reibungszahl:  $\lambda_R = \lambda_R \left( \frac{u_m D_h}{\nu}, \frac{k}{D_h} \right)$

Reibungszahl:  $\lambda_R = \lambda_R \left( \frac{u_m D_h}{\nu}, \frac{k}{D_h} \right)$

(1)  $\lambda_R$  : Wie sollte  $\lambda_R$  definiert sein ?

Reibungszahl:  $\lambda_R = \lambda_R \left( \frac{u_m D_h}{\nu}, \frac{k}{D_h} \right)$

- (1)  $\lambda_R$  : Wie sollte  $\lambda_R$  definiert sein ?
- (2)  $D_h$ : Wo ist die Wand ?

Reibungszahl:  $\lambda_R = \lambda_R \left( \frac{u_m D_h}{\nu}, \frac{k}{D_h} \right)$

- (1)  $\lambda_R$  : Wie sollte  $\lambda_R$  definiert sein ?
- (2)  $D_h$ : Wo ist die Wand ?
- (3)  $k$  : Was genau ist die Rauheitshöhe  $k$  ?

# (1) Wie sollte $\lambda_R$ definiert sein ?

$\lambda_R \hat{=}$  Reibungsbeiwert

# (1) Wie sollte $\lambda_R$ definiert sein ?

$\lambda_R \hat{=}$  Reibungsbeiwert



spezifische Dissipation mechanischer Energie pro Länge

# (1) Wie sollte $\lambda_R$ definiert sein ?

$\lambda_R \hat{=}$  Reibungsbeiwert



spezifische Dissipation mechanischer Energie pro Länge



$$\frac{\varphi}{L_{12}} \text{ or } \frac{d\varphi}{dx}$$

# (1) Wie sollte $\lambda_R$ definiert sein ?

$\lambda_R \hat{=}$  Reibungsbeiwert



spezifische Dissipation mechanischer Energie pro Länge



$$\frac{\varphi}{L_{12}} \text{ or } \frac{d\varphi}{dx}$$



$$\lambda_R \equiv \frac{d\varphi}{dx} \frac{2D_h}{u_m^2}$$

(allgemeine Definition)



# (1) Wie sollte $\lambda_R$ definiert sein ?

$\lambda_R \hat{=}$  Reibungsbeiwert



spezifische Dissipation mechanischer Energie pro Länge



$$\frac{\varphi}{L_{12}} \text{ or } \frac{d\varphi}{dx}$$



$$\lambda_R \equiv \frac{d\varphi}{dx} \frac{2D_h}{u_m^2} \quad (\text{allgemeine Definition})$$

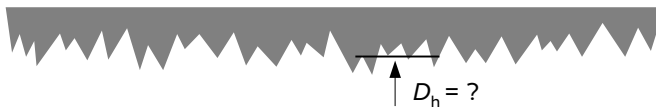


$$\lambda_R = - \frac{dp}{dx} \frac{2D_h}{\rho u_m^2} = \frac{8\tau_w}{\rho u_m^2} \quad (\text{ausgebildet, horizontal})$$

## (2) Wo ist die Wand ?

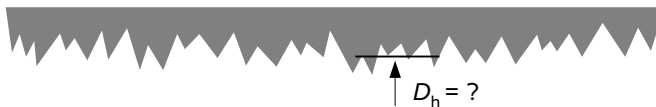


## (2) Wo ist die Wand ?



Antwort: Die Wand ist wo sie ist - und es ist eine raue Wand !

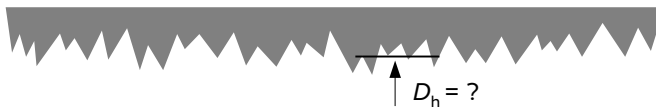
## (2) Wo ist die Wand ?



**Antwort:** Die Wand ist wo sie ist - und es ist eine raue Wand !

**Eigentliche Frage:** Wo ist die Wand eines äquivalenten glatten Kanals ?

## (2) Wo ist die Wand ?

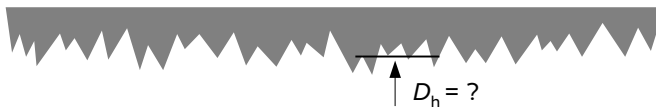


**Antwort:** Die Wand ist wo sie ist - und es ist eine raue Wand !

**Eigentliche Frage:** Wo ist die Wand eines äquivalenten glatten Kanals ?

**Antwort:** Das hängt vom Äquivalenz-Kriterium ab !

## (2) Wo ist die Wand ?



**Antwort:** Die Wand ist wo sie ist - und es ist eine raue Wand !

**Eigentliche Frage:** Wo ist die Wand eines äquivalenten glatten Kanals ?

**Antwort:** Das hängt vom Äquivalenz-Kriterium ab !

mehrere

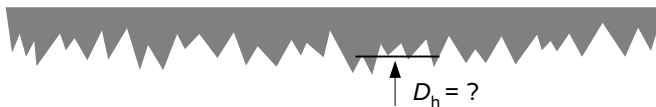
Möglichkeiten:

▪ ...

▪  $D_h$  so, dass  $V_{\text{rau}} = V_{\text{glatt}}$

▪ ...

## (2) Wo ist die Wand ?



**Antwort:** Die Wand ist wo sie ist - und es ist eine raue Wand !

**Eigentliche Frage:** Wo ist die Wand eines äquivalenten glatten Kanals ?

**Antwort:** Das hängt vom Äquivalenz-Kriterium ab !

mehrere

Möglichkeiten:

- ...

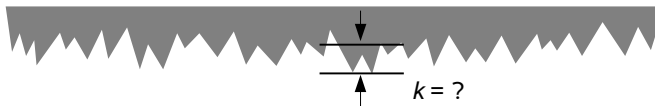
- $D_h$  so, dass  $V_{\text{rau}} = V_{\text{glatt}}$

- ...

Vorteile:

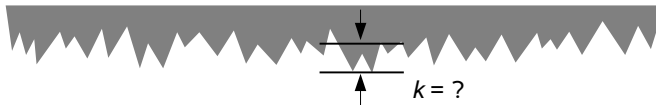
- $V_{\text{rau}}$  kann gemessen werden
- $u_m$  bleibt für einen bestimmten Massenstrom  $\dot{m}$  erhalten, da  $u_m = \dot{m}L_{12}/\rho V$

### (3) Was genau ist die Rauheitshöhe $k$ ?





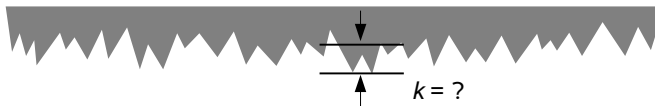
### (3) Was genau ist die Rauheitshöhe $k$ ?



mehrere Möglichkei-  
ten:

- ...
- $k$  als Standard-Rauheit  $k_s$   
(vorzugsweise: Nikuradses Sandrauheit)
- ...

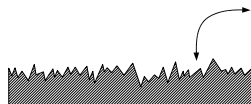
### (3) Was genau ist die Rauheitshöhe $k$ ?



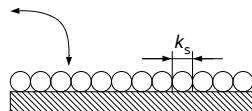
mehrere Möglichkeiten:

- ...
- $k$  als Standard-Rauheit  $k_s$   
(vorzugsweise: Nikuradses Sandrauheit)
- ...

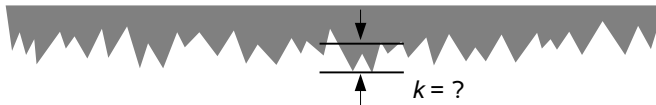
**Problem:** Korrespondenztabelle erforderlich



Korrespondenztabelle		
Material und Oberflächenbeschaffenheit		$k_s$
⋮		⋮
⋮		⋮



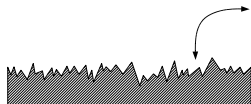
### (3) Was genau ist die Rauheitshöhe $k$ ?



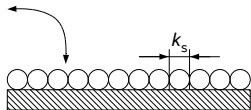
mehrere Möglichkeiten:

- ...
- $k$  als Standard-Rauheit  $k_s$   
(vorzugsweise: Nikuradses Sandrauheit)
- ...

**Problem:** Korrespondenztabelle erforderlich

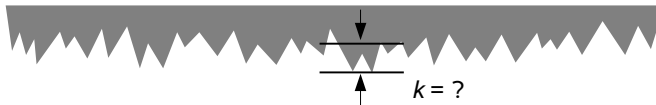


Korrespondenztabelle	
Material und Oberflächenbeschaffenheit	$k_s$
⋮	⋮



**bisher:** Experimentelle Bestimmung der Korrespondenztabelle (Nikuradse)

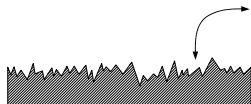
### (3) Was genau ist die Rauheitshöhe $k$ ?



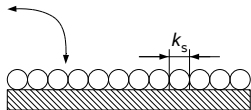
mehrere Möglichkeiten:

- ...
- $k$  als Standard-Rauheit  $k_s$   
(vorzugsweise: Nikuradeses Sandrauheit)
- ...

**Problem:** Korrespondenztabelle erforderlich



Korrespondenztabelle	
Material und Oberflächenbeschaffenheit	$k_s$
⋮	⋮



**bisher:** Experimentelle Bestimmung der Korrespondenztabelle (Nikuradse)

**jetzt:** Bestimmung mit Hilfe einer Dissipationsanalyse

$$\lambda_R \equiv \frac{\varphi_{12}}{L_{12}} \frac{2D_h}{u_m^2} \quad (\text{Reibungszahl zwischen } \textcircled{1} \text{ und } \textcircled{2})$$

$$\lambda_R \equiv \frac{\varphi_{12}}{L_{12}} \frac{2D_h}{u_m^2} \quad (\text{Reibungszahl zwischen } \textcircled{1} \text{ und } \textcircled{2})$$



Dissipation mechanischer Energie zwischen  $\textcircled{1}$  und  $\textcircled{2}$ :  $\varphi_{12}$

# Analyse des Dissipationsprozesses

$$\lambda_R \equiv \frac{\varphi_{12}}{L_{12}} \frac{2D_h}{u_m^2} \quad (\text{Reibungszahl zwischen } \textcircled{1} \text{ und } \textcircled{2})$$



Dissipation mechanischer Energie zwischen  $\textcircled{1}$  und  $\textcircled{2}$ :  $\varphi_{12}$



Entropieproduktion zwischen  $\textcircled{1}$  und  $\textcircled{2}$ :  $\dot{S}_{12}$

# Analyse des Dissipationsprozesses

$$\lambda_R \equiv \frac{\varphi_{12}}{L_{12}} \frac{2D_h}{u_m^2} \quad (\text{Reibungszahl zwischen } \textcircled{1} \text{ und } \textcircled{2})$$



Dissipation mechanischer Energie zwischen  $\textcircled{1}$  und  $\textcircled{2}$ :  $\varphi_{12}$



Entropieproduktion zwischen  $\textcircled{1}$  und  $\textcircled{2}$ :  $\dot{S}_{12}$

$$\varphi_{12} = T \dot{S}_{12} / \dot{m}$$



# Analyse des Dissipationsprozesses

$$\lambda_R \equiv \frac{\varphi_{12}}{L_{12}} \frac{2D_h}{u_m^2} \quad (\text{Reibungszahl zwischen } \textcircled{1} \text{ und } \textcircled{2})$$



Dissipation mechanischer Energie zwischen  $\textcircled{1}$  und  $\textcircled{2}$ :  $\varphi_{12}$



Entropieproduktion zwischen  $\textcircled{1}$  und  $\textcircled{2}$ :  $\dot{S}_{12}$

$$\varphi_{12} = T \dot{S}_{12} / \dot{m}$$

$$\dot{S}_{12} = \int \dot{S}''' dV$$

# Analyse des Dissipationsprozesses

$$\lambda_R \equiv \frac{\varphi_{12}}{L_{12}} \frac{2D_h}{u_m^2} \quad (\text{Reibungszahl zwischen } \textcircled{1} \text{ und } \textcircled{2})$$



Dissipation mechanischer Energie zwischen  $\textcircled{1}$  und  $\textcircled{2}$ :  $\varphi_{12}$



Entropieproduktion zwischen  $\textcircled{1}$  und  $\textcircled{2}$ :  $\dot{S}_{12}$

$$\varphi_{12} = T \dot{S}_{12} / \dot{m}$$

$$\dot{S}_{12} = \int \dot{S}''' dV$$

$$\dot{S}''' = \frac{\mu}{T} \left( 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right)$$

$$\lambda_R \equiv \frac{\varphi_{12}}{L_{12}} \frac{2D_h}{u_m^2} \quad (\text{Reibungszahl zwischen } \textcircled{1} \text{ und } \textcircled{2})$$



Dissipation mechanischer Energie zwischen  $\textcircled{1}$  und  $\textcircled{2}$ :  $\varphi_{12}$



Entropieproduktion zwischen  $\textcircled{1}$  und  $\textcircled{2}$ :  $\dot{S}_{12}$

$$\varphi_{12} = T \dot{S}_{12} / \dot{m}$$

$$\dot{S}_{12} = \int \dot{S}''' dV$$

$$\dot{S}''' = \frac{\mu}{T} \left( 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right)$$



Dissipationsmodell

# Anwendung des Dissipationsmodells

- Ebener Kanal mit glatten Wänden:

# Anwendung des Dissipationsmodells

- Ebener Kanal mit glatten Wänden:

$$\lambda_{R,12} = \lambda_R = \frac{32}{\text{Re}_{Dh}} \int_0^1 \left( \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 dy^* = \frac{96}{\text{Re}_{Dh}}$$

# Anwendung des Dissipationsmodells

- Ebener Kanal mit glatten Wänden:

$$\lambda_{R,12} = \lambda_R = \frac{32}{\text{Re}_{Dh}} \int_0^1 \left( \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 dy^* = \frac{96}{\text{Re}_{Dh}}$$

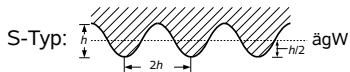
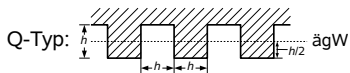
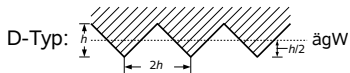
- Ebener Kanal mit speziellen 2D-Rauheiten:

# Anwendung des Dissipationsmodells

- Ebener Kanal mit glatten Wänden:

$$\lambda_{R,12} = \lambda_R = \frac{32}{\text{Re}_{Dh}} \int_0^1 \left( \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 dy^* = \frac{96}{\text{Re}_{Dh}}$$

- Ebener Kanal mit speziellen 2D-Rauheiten:

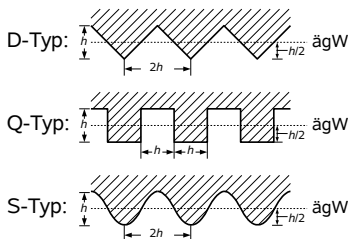


# Anwendung des Dissipationsmodells

- Ebener Kanal mit glatten Wänden:

$$\lambda_{R,12} = \lambda_R = \frac{32}{\text{Re}_{\text{Dh}}} \int_0^1 \left( \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 dy^* = \frac{96}{\text{Re}_{\text{Dh}}}$$

- Ebener Kanal mit speziellen 2D-Rauheiten:



$$\lambda_{R,12} = \lambda_R = \frac{32}{\text{Re}_{\text{Dh}}} \int_0^1 \left( 2 \left[ \left( \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right)^2 + \left( \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 \right) dy^*$$

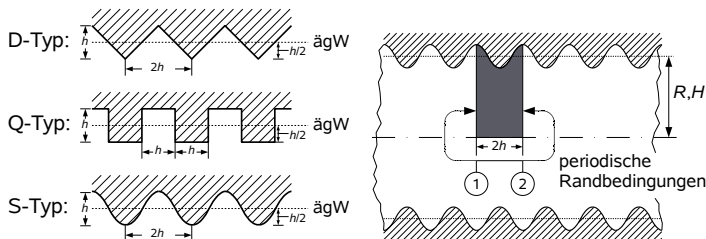


# Anwendung des Dissipationsmodells

- Ebener Kanal mit glatten Wänden:

$$\lambda_{R,12} = \lambda_R = \frac{32}{\text{Re}_{Dh}} \int_0^1 \left( \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 dy^* = \frac{96}{\text{Re}_{Dh}}$$

- Ebener Kanal mit speziellen 2D-Rauheiten:



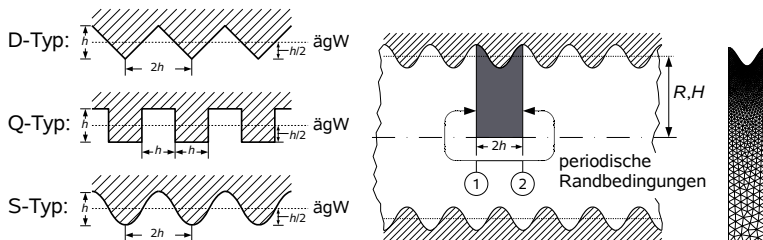
$$\lambda_{R,12} = \lambda_R = \frac{32}{\text{Re}_{Dh}} \int_0^1 \left( 2 \left[ \left( \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right)^2 + \left( \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 \right) dy^*$$

# Anwendung des Dissipationsmodells

- Ebener Kanal mit glatten Wänden:

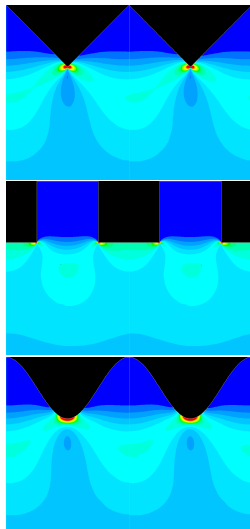
$$\lambda_{R,12} = \lambda_R = \frac{32}{\text{Re}_{Dh}} \int_0^1 \left( \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 dy^* = \frac{96}{\text{Re}_{Dh}}$$

- Ebener Kanal mit speziellen 2D-Rauheiten:



$$\lambda_{R,12} = \lambda_R = \frac{32}{\text{Re}_{Dh}} \int_0^1 \left( 2 \left[ \left( \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right)^2 + \left( \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 \right) dy^*$$

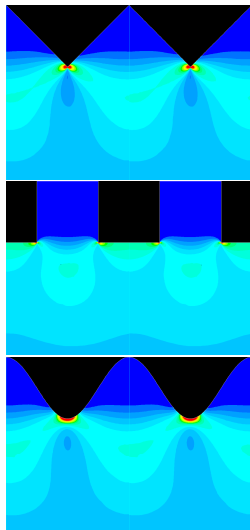
Re = 145



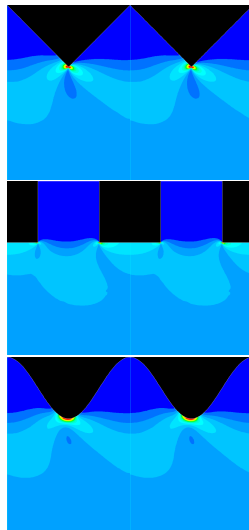
■: hoch

■: gering

Re = 145

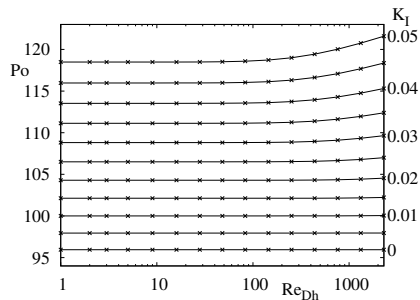


Re = 2300

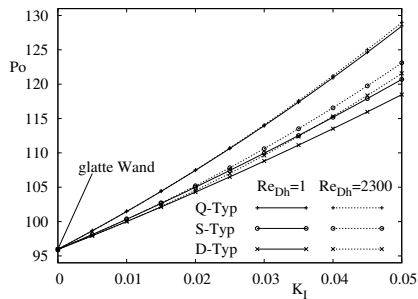
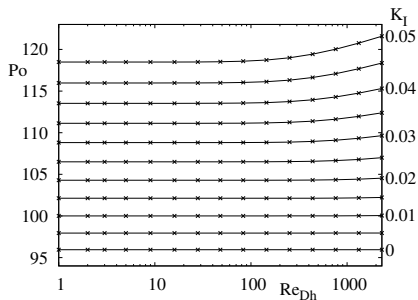


■: hoch  
■: gering

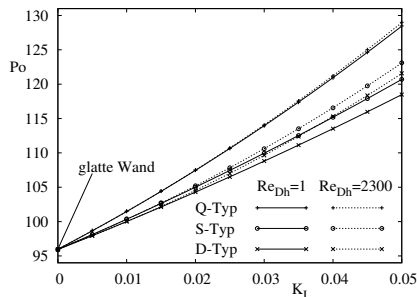
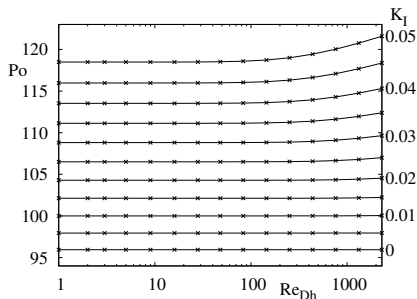
# Reibungszahl-Ergebnisse für ebene Kanäle



# Reibungszahl-Ergebnisse für ebene Kanäle



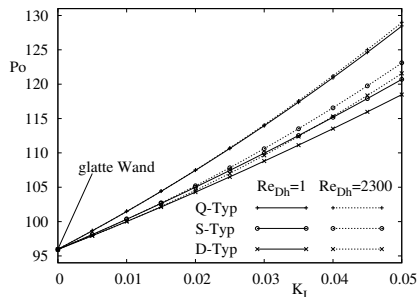
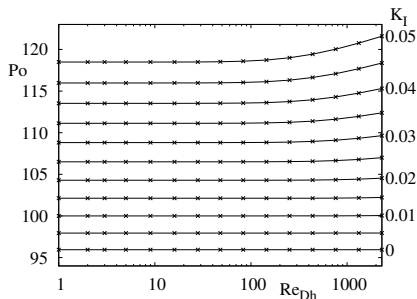
# Reibungszahl-Ergebnisse für ebene Kanäle



Beachte:

- $Po = \lambda_R Re = \text{const}$  für  $Re \rightarrow 0$  (kein Mikroeffekt !)

# Reibungszahl-Ergebnisse für ebene Kanäle

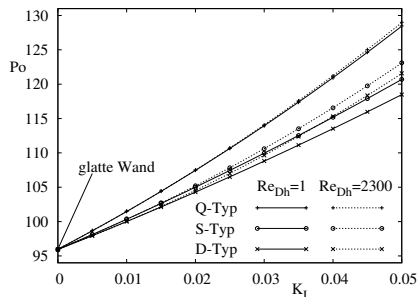
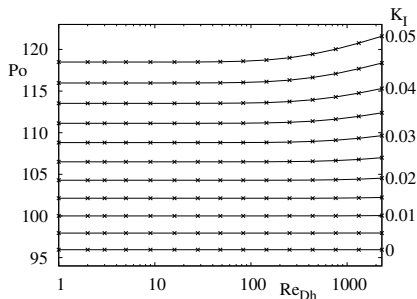


Beachte:

- $Po = \lambda_R Re = \text{const}$  für  $Re \rightarrow 0$  (kein Mikroeffekt !)
- $Po = \lambda_R Re = Po(Re)$  für  $Re \rightarrow \infty$



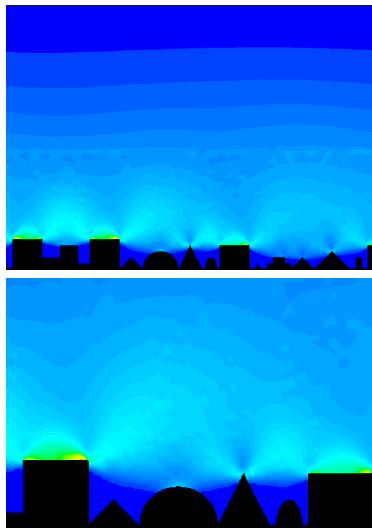
# Reibungszahl-Ergebnisse für ebene Kanäle



## Beachte:

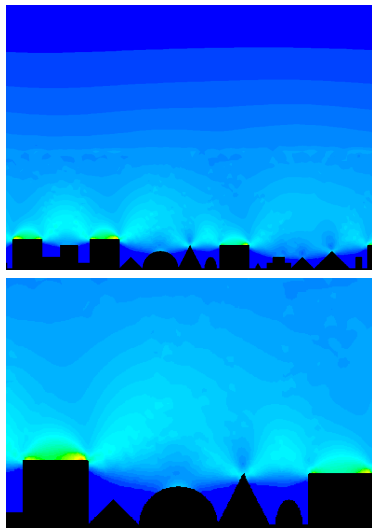
- $Po = \lambda_R Re = \text{const}$  für  $Re \rightarrow 0$  (kein Mikroeffekt !)
- $Po = \lambda_R Re = Po(Re)$  für  $Re \rightarrow \infty$
- eine dieser regulären Rauheiten kann als Standard-Rauheit  $k_s$  dienen

# Korrespondenztabelle für beliebige (technische) Rauheiten



■: hoch   ■: gering

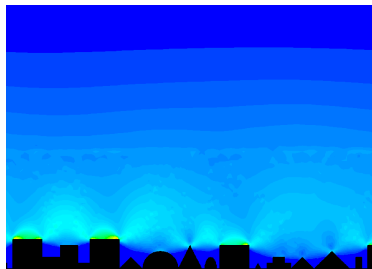
# Korrespondenztabelle für beliebige (technische) Rauheiten



■: hoch   ■: gering

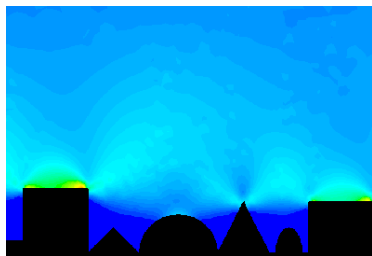
technische Rauheit  $\rightarrow k_t/D_h$

# Korrespondenztabelle für beliebige (technische) Rauheiten



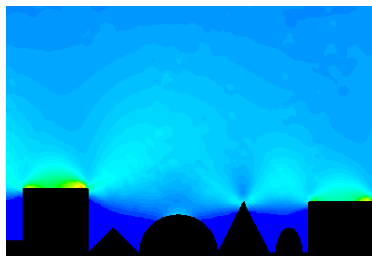
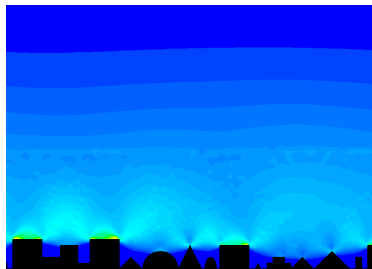
technische Rauheit  $\rightarrow k_t/D_h$

Standard-Rauheit  $\rightarrow k_s/D_h$



■: hoch   ■: gering

# Korrespondenztabelle für beliebige (technische) Rauheiten



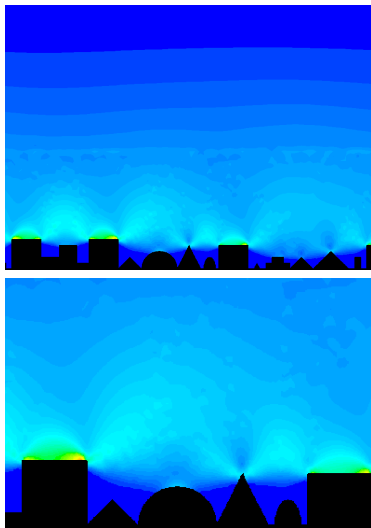
■: hoch   ■: gering

technische Rauheit  $\rightarrow k_t/D_h$

Standard-Rauheit  $\rightarrow k_s/D_h$

$$\varphi_{12,\text{technisch}} = \varphi_{12,\text{standard}}$$

# Korrespondenztabelle für beliebige (technische) Rauheiten



■: hoch   ■: gering

technische Rauheit  $\rightarrow k_t/D_h$

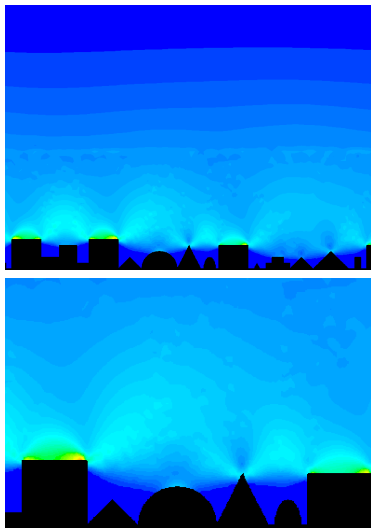
Standard-Rauheit  $\rightarrow k_s/D_h$

$$\varphi_{12,\text{technisch}} = \varphi_{12,\text{standard}}$$

▼ ▼ ▼

$\frac{k_t}{D_h} \leftrightarrow \frac{k_s}{D_h}$
---

# Korrespondenztabelle für beliebige (technische) Rauheiten



■: hoch   ■: gering

technische Rauheit  $\rightarrow k_t/D_h$

Standard-Rauheit  $\rightarrow k_s/D_h$

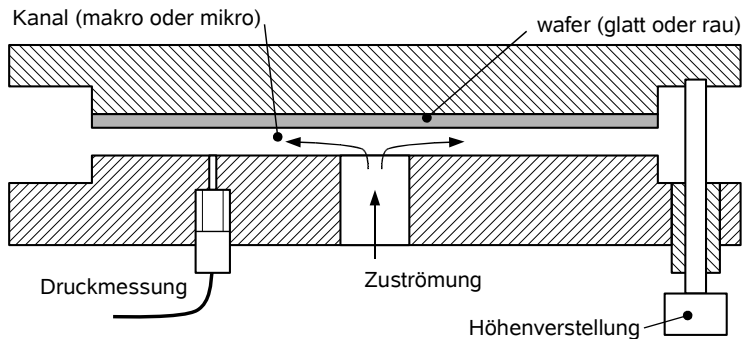
$$\varphi_{12,\text{technisch}} = \varphi_{12,\text{standard}}$$

$$\frac{k_t}{D_h} \leftrightarrow \frac{k_s}{D_h}$$

Korrespondenztabelle

Material (Oberfläche)	$k_s$
⋮	⋮

# Experimentelle Validierung des Dissipationsmodells





- Kanallänge: 40 mm

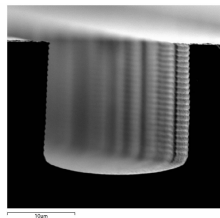
# Versuchsstands-Daten

- Kanallänge: 40 mm
- Kanalhöhe: 40... 800  $\mu\text{m}$

# Versuchsstands-Daten

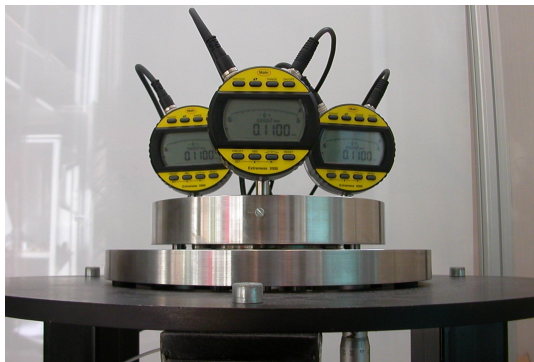
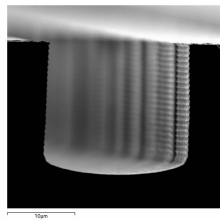
- Kanallänge: 40 mm
- Kanalhöhe: 40... 800  $\mu\text{m}$
- Rauheitshöhe (Q-Typ): 20  $\mu\text{m}$

- Kanallänge: 40 mm
- Kanalhöhe: 40... 800  $\mu\text{m}$
- Rauheitshöhe (Q-Typ): 20  $\mu\text{m}$

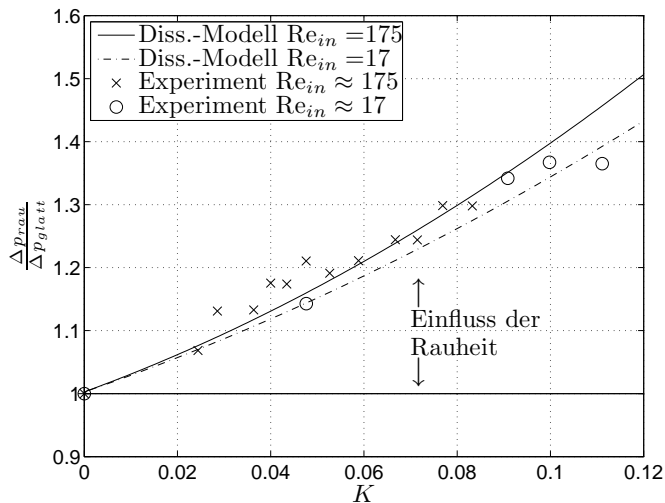


# Versuchsstands-Daten

- Kanallänge: 40 mm
- Kanalhöhe: 40... 800  $\mu\text{m}$
- Rauheitshöhe (Q-Typ): 20  $\mu\text{m}$
- Messergebnis  $\frac{\Delta p_{\text{rau}}}{\Delta p_{\text{glatt}}}$  über  $K = \frac{k}{D_h}$

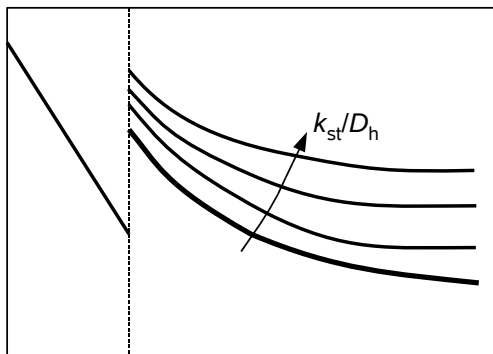


# Ergebnisse: Messung / Dissipationsmodell



# Moody Diagramm

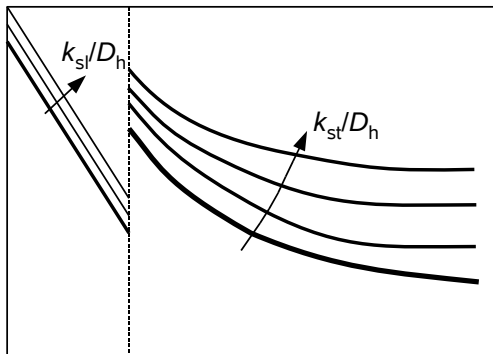
$$\lambda_R = \frac{(-dp/dx)2D_h}{\rho u_m^2}$$



$$Re = \frac{u_m D_h}{\nu}$$

# Moody Diagramm

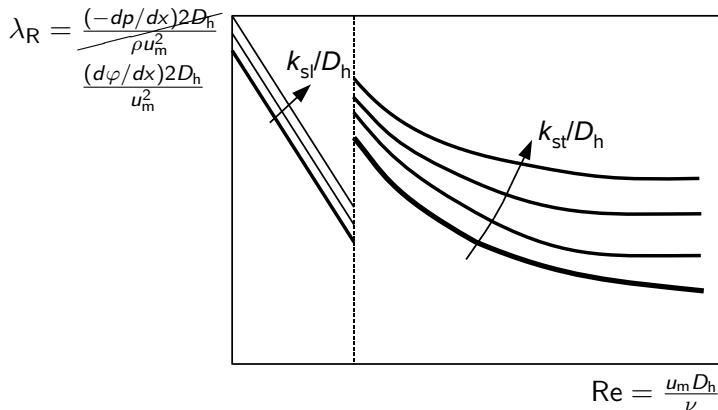
$$\lambda_R = \frac{(-dp/dx)2D_h}{\rho u_m^2} \quad \frac{(d\varphi/dx)2D_h}{u_m^2}$$



$$Re = \frac{u_m D_h}{\nu}$$



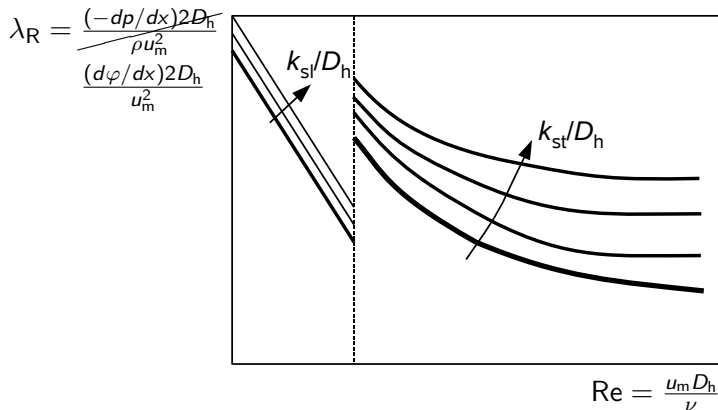
# Moody Diagramm



Lehrbuch-Aussage:

Für laminare Strömungen ist der Druckverlust unabhängig von der Rauheitshöhe  $k_s/D_h$ .

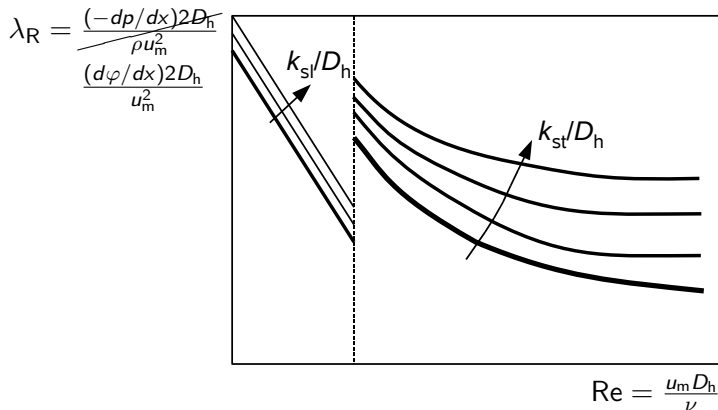
# Moody Diagramm



Lehrbuch-Aussage:

Für laminare Strömungen ist der Druckverlust unabhängig von der Rauheitshöhe  $k_s/D_h$ .

# Moody Diagramm



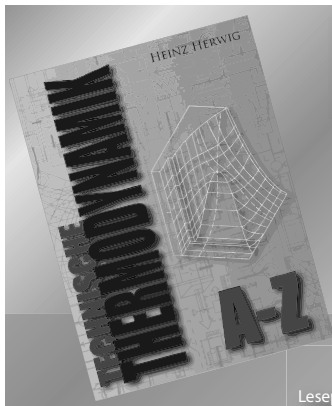
## Lehrbuch-Aussage:

Für laminare Strömungen ist der Druckverlust unabhängig von der Rauheitshöhe  $k_s/D_h$ .

Für laminare Strömungen ist der Gesamtdruckverlust abhängig von der Rauheit  $k_{sl}/D_h$ .

Das war's !

Das war's doch noch nicht !



Systematische und ausführliche Erläuterung  
wichtiger Größen und Konzepte

- ▶ 552 Seiten / Hardcover
- ▶ Verlag: TuTech Innovation GmbH
- ▶ Preis: 28.95 € (+3 € Versandkosten)

Leseproben und Bestellung: [www.tt-a-z.de](http://www.tt-a-z.de)